INSTITUTO TECNOLÓGICO AUTÓNOMO DE MÉXICO

Departamento Académico de Economía

**Economía V**

Otoño 2019

**Paquete de Ejercicios # 3**
Modelo Estático de Producción y Consumo
Agentes Heterogéneos

1. Considere una economía con dos individuos competitivos: $i = A, B$. Las preferencias de estos individuos están dadas por:

$$\gamma_i \ln(H - n_i) + \ln c_i,$$

donde $\gamma_A > \gamma_B$. La producción se lleva a cabo por una empresa agregada con tecnología:

$$y = Al^{1-\alpha}.$$

Considere dos escenarios posibles: en el escenario $I$, el individuo $A$ es el único dueño de la empresa representativa; y en el escenario $II$, el individuo $B$ es el único dueño de la empresa. Suponga que los parámetros son tales que, en equilibrio, ambos trabajan en ambos escenarios. Indique con los subíndices $I$ y $II$ las variables de equilibrio en el escenario respectivo.

   (a) Exprese, en términos de los parámetros del modelo los valores del empleo de equilibrio en cada escenario, $l_I^*$ y $l_{II}^*$.

   (b) Muestre convincentemente que $l_I^* < l_{II}^*$. Explique intuitivamente este resultado a partir de los efectos ingreso que se dan al pasar del escenario $I$ al $II$.

2. *(Opción múltiple)* Considere una economía estática donde hay $I$ consumidores y $J$ empresas. Los consumidores son idénticos y tienen preferencias Cobb-Douglas. Todas las empresas tienen una tecnología Cobb-Douglas, $y_j = A_j l_j^{1-\alpha}$, donde $A_j$ varía entre empresas. En este caso:

   (a) La producción de cada empresa no depende ni de $I$ ni de $J$.

   (b) La producción agregada se ve afectada de la misma manera por $I$ y $J$, independientemente de los parámetros del modelo.

   (c) Las horas trabajadas por persona no dependen ni de $I$ ni de $J$.

   (d) Si la productividad de algunas empresas se incrementa, el empleo agregado de equilibrio será mayor.

(e) En el equilibrio, la productividad marginal de la mano de obra será mayor en las empresas con mayor $A_j$.

(f) El cociente de las ganancias entre las horas contratadas, $(\pi_j^*/l_j^*)$, será mayor en las empresas con mayor $A_j$.

3. *(Opción múltiple)* Considere una economía poblada por $I$ individuos, todos con idénticas preferencias dadas por:

$$u_i(h, c) = \gamma \ln h_i + \ln c_i.$$

Todos los individuos reciben la misma dotación de tiempo $H$. El individuo 1 tiene una participación $\theta_1 = \theta < 1$ en el capital de la empresa representativa; el resto, $1 - \theta$, se distribuye por partes iguales entre los demás individuos $i = 2, 3, \ldots, I$. La empresa representativa opera con la tecnología:

$$y = Al^{1-\alpha}.$$

Suponga que los parámetros del modelo son tales que, en todos los equilibrios que se describen, el Sr. 1 no trabaja. Diga cuál de los siguientes incisos es **falso**:

(a) Un incremento en $A$ no altera el empleo de equilibrio $l^*$.

(b) Un incremento en $\theta$ da lugar a un incremento en el empleo de equilibrio $l^*$.

(c) Un incremento en $I$ da lugar a un incremento en el consumo de equilibrio del sr. 1, $c_1^*$.

(d) Un incremento en $\theta$ da lugar a una reducción en el valor de equilibrio de $c_i^*$, para $i = 2, 3, \ldots, I$.

(e) Un incremento en $I$ da lugar a una reducción en el salario de equilibrio $w^*$.

(f) Un incremento en $I$ da lugar a un incremento en el valor de equilibrio de $n_i^*$, para $i = 2, 3, \ldots, I$.

4. Considere una economía con un consumidor representativo, con preferencias dadas por:

$$u(h, c) = \gamma \ln h + \ln c$$

y una empresa representativa con tecnología:

$$f(l) = Al^{1-\alpha}.$$

(a) Describa el equilibrio para esta economía, que ya ha sido visto en clase, haciendo énfasis en los niveles de equilibrio del empleo, los salarios y las ganancias de la empresa representativa.

(b) Suponga ahora que una potencia extranjera invade el país y expropia las acciones de las empresas. Las ganancias que la empresa genera salen del país. El individuo representativo sigue ofreciendo su esfuerzo en un mercado laboral competitivo. Calcule los nuevos niveles de equilibrio del empleo y del salario. Demuestre que, bajo estas circunstancias, el empleo de equilibrio no depende de la tecnología. Dé una interpretación económica de este resultado.

5. Considere una economía de un periodo, cuya tecnología agregada está dada por:

$$Y = AL^{1-\alpha}, \qquad 0 < \alpha < 1,$$

donde $L$ es el esfuerzo laboral agregado, definido como el número de personas que trabajan, $N$, multiplicado por la fracción del tiempo que cada uno asigna a esa tarea, $l$.

La economía está compuesta por $N$ agentes idénticos, que ofrecen mano de obra en un mercado competitivo a cambio de una remuneración, $w$. Además, cada individuo recibe una $N$-ésima parte de las ganancias, $\pi$, que genera la producción agregada una vez deducidos los costos laborales. Los agentes también se encargan de que las ganancias alcancen su máximo valor, tomando en cuenta las restricciones tecnológicas y de mercado que prevalecen.

Dado esto, el objetivo de cada agente es:

$$\begin{array}{ll} \max & \gamma \ln(1-l) + \ln c \\ \text{s.a.} & \\ & c = wl + \dfrac{1}{N}\pi(w), \end{array}$$

donde $\pi(w)$ es el valor máximo de las ganancias agregadas cuando el salario es $w$.

(a) Obtenga una expresión para el esfuerzo laboral por persona, $l$, el salario real $w$, y las ganancias por persona en términos de los parámetros del modelo, cuando la economía se encuentra en equilibrio.

Suponga ahora una situación en la que el número de habitantes de esta economía se duplica, prevaleciendo el mismo principio sobre la propiedad de la empresa. Es decir, ahora cada individuo es acreedor $1/(2N)$ de $\pi$.

(b) Obtenga el esfuerzo laboral por persona que prevalece en equilibrio bajo estas circunstancias.

(c) Obtenga el salario real y las ganancias por persona en equilibrio y establezca de qué manera las diferencias entre éstas, y las que prevalecen inicialmente, explican el resultado del inciso (b).

(d) Suponga de nuevo una situación en la que la población inicial, $N$, se duplica, pero ahora el cambio demográfico se da a través de un proceso migratorio; con lo cual, los recursos de los inmigrantes está limitado a su ingreso laboral, mientras que la propiedad de las empresas se conserva en manos de los pobladores originales. Las preferencias de los inmigrantes son las mismas que las de los pobladores originales. Bajo estas condiciones, obtenga la oferta de trabajo de los inmigrantes.

(e) Muestre que bajo las condiciones del inciso (d), en equilibrio, el esfuerzo laboral de cada uno de los pobladores originales está dado por:

$$\frac{1-\alpha}{1-\alpha+\gamma} - \frac{\gamma\alpha}{(1+\gamma)(1-\alpha+\gamma)}.$$

(f) ¿Cómo se compara el salario real de equilibrio que resulta de las condiciones del inciso (d), con el que se obtiene en el inciso (b)?

6. Considere una economía estática poblada por dos consumidores competitivos ($i = 1, 2$) y por dos empresas competitivas ($j = 1, 2$). La tecnología de la empresa $j$ está dada por:

$$y_j = f_j(l) = A_j l^{1-\alpha}.$$

Ambos consumidores tienen las mismas preferencias:

$$U_i(h, c) = \gamma \ln h + \ln c.$$

Los dos individuos reciben la misma dotación de tiempo, $H = 1$. La única diferencia entre ellos es que el individuo 1 es el único dueño de la empresa 1, y el individuo 2 es el único dueño de la empresa 2. Los individuos aportan su esfuerzo laboral a través de un mercado laboral competitivo: es decir reciben un salario de mercado $w$ por unidad de tiempo trabajada, sin importar si trabajan en una u otra empresa.

(a) A partir de las condiciones de eficiencia del problema de los consumidores y de las empresas, exprese la oferta laboral de cada individuo en función de la demanda laboral de la empresa de su posesión.

(b) Utilice su respuesta al inciso (a) y las condiciones de vaciado del mercado laboral, para determinar el nivel de empleo *agregado* de equilibrio.

(c) Suponga, inicialmente que $A_1 = A_2 = A$. Determine el nivel de empleo de equilibrio de cada empresa y el salario de equilibrio.

Suponga ahora que la empresa 2 experimenta un incremento en su productividad, de manera que $A_2 = \mu A$, $\mu > 1$ (mientras que $A_1$ permanece en el valor original $A$).

(d) A partir de su respuesta al inciso (b) indique cómo afecta esta mejora en productividad al nivel de empleo agregado de equilibrio.

(e) Determine los nuevos niveles de empleo de equilibrio para cada empresa.

(f) A partir su respuesta al inciso (a), determine si el esfuerzo laboral del individuo 1 se incrementa, disminuye o permanece sin cambios. Dé una explicación intuitiva de este resultado con base en los efectos sustitición y riqueza.

(g) Represente, por medio de una gráfica, el problema que enfrenta el individuo 1, antes y después del choque tecnológico de la empresa 2. Utilice su respuesta al inciso (f) para construir un argumento que demuestre de qué manera dicho cambio tecnológico afecta el bienestar del individuo 1.

8. Considere una economía poblada por dos individuos con distinta habilidad laboral. La manera de introducir esta heterogeneidad es como sigue. Definimos la tecnología y el mercado laboral en función de unidades de servicios laborales, y no en función de unidades de tiempo. La habilidad laboral de cada individuo se refleja en la cantidad de servicios laborales que aporta por hora trabajada. Suponga que el individuo 1 aporta

una unidad de servicios laborales por unidad de tiempo; mientras que el individuo 2 aporta $\phi > 1$ unidades de servicios laborales por unidad de tiempo. La tecnología es:

$$y = Al^{1-\alpha},$$

donde $l$ son las unidades de servicios laborales contratadas por la empresa. El precio de mercado de cada unidad de servicios laborales es $w$ (lo que implica que el individuo recibe $w$ por hora trabajada, mientras que el individuo 2 recibe $\phi w$ por hora trabajada).

Ambos tipos de trabajadores poseen las mismas preferencias sobre ocio y consumo:

$$u(h, c) = \gamma \ln h + \ln c$$

y se enfrentan a la misma restricción en el uso de su tiempo:

$$H = n + h.$$

(a) Derive las ofertas de trabajo de cada individuo, $n_i(w)$, y también expréselas en términos de la demanda de servicios laborales $l(w)$.

(b) Defina la condición de vaciado en el mercado de servicios laborales y exprese, en términos de los parámetros del modelo, la cantidad de servicios laborales de equilibrio, su precio de equilibrio y la producción de equilibrio.

(c) A partir de las funciones de oferta individuales, determine cuál de los dos individuos trabaja más horas. Dé una explicación intuitiva a su respuesta, con base en los efectos sustitución e ingreso que cada uno enfrenta.

(d) Suponga ahora que el individuo 1 tiene la opción de vivir en esta economía, o en otra en que todos tienen la misma habilidad ($\phi = 1$). Indique en qué economía trabajaría más.

(e) *Falso, verdadero o incierto*: Con base en el escenario del inciso anterior, el consumo de equilibrio del individuo 1 es mayor en la economía con habilidades homogéneas.

9. Considere una economía poblada por dos tipos de individuos. Los primeros, que identificaremos con el subíndice $s$ aportan a la producción trabajo *calificado.* Los segundos, que identificaremos con $u$, aportan trabajo *no calificado.* Suponga que hay un número $S$ de trabajadores calificados y un número $U$ de no calificados. La población total de la economía es $I = U + S$. Independientemente del tipo de trabajo que ofrecen, ambos tipos de individuos tienen las mismas preferencias, que están dadas por:

$$u(h_i, c_i) = \gamma \ln h_i + \ln c_i,$$

donde $i \in \{s, u\}$. Ambos tipos de individuos tienen una dotación de $H$ horas, que deben asignar entre ocio, $h$, y trabajo $n_i$ ($i = s, u$, según el caso).

La empresa representativa es propiedad exclusiva de los trabajadores *calificados*, quedando repartida a partes iguales entre ellos. La producción se realiza mediante una tecnología Cobb-Douglas que utiliza como insumo tanto el trabajo calificado como el no calificado:

$$y = Al_s^{\alpha} l_u^{\beta}$$

donde $\alpha+\beta<1$. Por lo tanto, existen dos mercados laborales: uno para los calificados, que paga un salario por hora trabajada $w_s$, y otro para los no calificados, que paga un salario por hora trabajada $w_u$. Los calificados no pueden participar en el mercado no calificado y viceversa.

(a) Defina el problema de maximización de la empresa representativa y muestre la relación que existe entre la producción y el *ingreso laboral* de cada tipo de trabajadores, siempre que la empresa elija los niveles óptimos de empleo.

(b) Defina el problema de maximización al que se enfrentan los trabajadores calificados y no calificados, y escriba sus respectivas funciones de oferta de trabajo.

(c) Basándose en los resultados obtenidos en los incisos (a) y (b), exprese en términos de los parámetros del modelo la cantidades de equilibrio de trabajo calificado y no calificado.

(d) Exprese, en términos de los parámetros del modelo, la producción de equilibrio. A partir de su respuesta al inciso (a), exprese el consumo de equilibrio de cada individuo *no calificado*, y utilice este resultado para expresar el consumo de equilibrio de cada trabajador *calificado*.

(e) Exprese el cociente de los salarios de los trabajadores calificados respecto de los no calificados (también conocido como "prima por habilidad"). Finalmente, suponga que $S$ aumenta a la vez que $U$ disminuye, de manera que $I$ permenece sin cambios. Discuta el impacto que dicho cambio demográfico tiene sobre la prima por habilidad. Dé una interpretación intuitiva al respecto.

10. Considere una economía estática poblada por un individuo competitivo, con preferencias $\gamma\ln(H-n)+\ln c$, y una empresa competitiva con tecnología Cobb-Douglas, $y=Al^{1-\alpha}$. El consumidor es dueño de la empresa, y recibe un salario $w$ por unidad de tiempo trabajada. Suponga que $\gamma=3/2$, $H=1$, $\alpha=1/2$ y $A=16$.

(a) Encuentre los valores de equilibrio de las horas trabajadas, de la producción, del consumo y del salario.

(b) Muestre gráficamente en el plano $c,n$ la restricción presupuestaria que enfrenta el individuo en el equilibrio del inciso (a)..

Suponga que además de trabajar en la empresa, el individuo puede optar por dedicar un cierto número de horas $m$ para operar una tecnología informal (casera) donde puede producir el mismo bien que la empresa competitiva pero con la función de producción: $y_m=12m$. Si el individuo elige operar su tecnología informal, su consumo total es la suma de los bienes que adquiere más los bienes que produce en casa; asimismo, su ocio queda dado por $h=H-n-m$, donde $n$ son las horas trabajadas en la empresa competitiva.

(c) Muestre graficamente la restricción presupuestaria que el individuo enfrentaría si: *i)* sólo puede trabajar en la empresa competitiva una cantidad menor o igual a las horas de equilibrio del inciso (a) y, *ii)* puede dedicar horas adicionales, si lo desea, a la tecnología informal.

(d) Muestre gráficamente y argumente convincentemente el tiempo que, en el equilibruio, el individuo le dedica a la producción informal.

Suponga ahora que el gobierno fija un salario mínimo $\bar{w} = 24$. Suponga, en los siguientes dos incisos, que la producción informal está prohibida (o que no existe dicha tecnología).

(d) Calcule el número de horas que la empresa contrata al salario $\bar{w}$, así como la producción que realiza y las ganancias que genera.

(e) Apoyándose en una gráfica similar a la del inciso (b), calcule las horas que el individuo desearía trabajar y el consumo que desearía adquirir.

Finalmente suponga que las horas que individuo puede trabajar en la empresa competitiva están acotadas por el monto de empleo que la empresa quiere contratar en el inciso (d), pero que el individuo tiene también la opción de dedicar horas adicionales a la producción informal.

(f) Encuentre $m^*$ y el consumo total.

11. Considere una economía con dos individuos, $A$ y $B$, cuyas preferencias están dadas por:

$$u_A(h, c) = (1 + \gamma)h + \ln c,$$

$$u_B(h, c) = \gamma \ln h + \ln c.$$

Ambos individuos tienen la misma dotación $H_A = H_B = H$. Por su parte, el individuo $A$ es propietario de una proporción $\theta_A = \theta$ de la empresa representativa, mientras que el individuo $B$ es propietario de la proporción $\theta_B = 1 - \theta$. La tecnología de la empresa representativa está dada por:

$$y = Al^{1-\alpha}$$

(a) Describa gráficamente el problema del consumidor $A$ para un salario $w$ arbitrario, trazando cuidadosamente sus curvas de indiferencia. Muestre en dicha gráfica cómo cambia su punto óptimo de consumo al incrementarse $\theta$.

(b) Exprese las ofertas laborales de cada individuo en términos del empleo agregado, $l$. A partir de éstas, obtenga una expresión para el empleo agregado de equilibrio en términos de los parámetros del modelo.

(c) Con base en su respuesta al inciso (b), diga cuál es el efecto de un aumento en $\theta$ en los valores de equilibrio del empleo agregado, de la producción agregada y del salario. Discuta brevemente cómo está relacionado el cambio en el empleo de equilibrio con la reacción de cada individuo a cambios en su ingreso no laboral.

(d) Utilizando el resultado del inciso (c) y las condiciones de vaciado del modelo, identifique cuál es el efecto de un incremento en $\theta$ sobre el consumo de equilibrio de cada individuo.

(e) Repita el inciso (c) para las horas trabajadas de cada individuo.

12 Considere una economía poblada por una empresa representativa con tecnología:

$$y = Al^{1-\alpha}, \quad \text{con } 0 < \alpha < 1.$$

y que contrata horas de trabajo al salario $w$. En la economía hay $I$ individuos con idénticas preferencias, dadas por:

$$u(z_i, c_i) = \gamma \ln z_i + \ln c_i,$$

donde $z$ representa un servicio que cada individuo produce para sí mismo, utilizando el tiempo que no le dedica a la empresa. Es decir, a los individuos no les interesa el ocio por sí mismo sino la cantidad de servicios domésticos que logran producir con su tiempo (les gusta vivir en una casa limpia). En concreto, suponga que:

$$z_i = B(h_i + k_i)^{1-\rho}, \quad \text{con } 0 < \rho < 1,$$

donde $h_i$ es el tiempo que el individuo le dedica a los servicios domésticos y $k_i$ representan robots propiedad del individuo y que son sustitutos perfectos del tiempo que él dedica a la producción de servicios domésticos. Ni el ocio ni los robots se pueden comprar, vender ni pedir prestado.Cada individuo recibe una participación $\theta_i$ en las ganancias de la empresa y tiene una disponibilidad total de tiempo $H$ que debe dividir entre tiempo en la empresa, $n_i$, y tiempo dedicado al hogar, $h_i$. Suponga que los parámetros son tales que en todos los equilibrios que se describen, todos los individuos ofrecen una cantidad estrictamente positiva de horas en el mercado laboral, $n_i^* > 0$.

(a) Escriba el problema de maximización del consumidor $i$, y obtenga su función de oferta laboral $n_i(w)$.

(b) Utilice las propiedades de la tecnología y las condiciones de vaciado en el mercado laboral para obtener el empleo agregado de equilibrio $L^*$, muestre su relación con cada $k_i$ y dé una interpretación intuitiva de su resultado.

Suponga ahora que en la economía hay dos tipos de individuos: los ricos ($i = 1, 2, \ldots, R$) y los pobres ($i = R+1, \ldots, I$) (observe que hay $R$ ricos e $I - R$ pobres). Cada rico recibe una participación en las ganancias de la empresa $\theta_i = 1/R$, y recibe también $k_i = k$ robots ($i = 1, 2, \ldots, R$). Los pobres no son dueños de la empresa ni tienen robots, $\theta_i = k_i = 0$ ($i = R+1, \ldots, I$).

(c) Exprese, en términos de los parámetros del modelo, el consumo de equilibrio, $c_i^*$, y la producción de servicios domésticos, $z_i^*$, para un individuo pobre, $i = R+1, \cdots I$. Muestre convincentemente cómo cambia su bienestar cuando la dotación de robots, $k$, que recibe cada rico se incrementa.

o en demanda de robots

$\frac{RK}{I-R}$

Suponga ahora que un nuevo gobierno le expropia los robots los ricos y se los reparte por partes iguales entre los pobres (los ricos siguen siendo los dueños de la empresa).

(d) Muestre convincentemente si esta acción incrementa, decrementa o deja sin cambios el bienestar de los pobres.

13. Considere una economía poblada por un consumidor representativo con preferencias:

$$u(h, c) = \gamma \ln h + \ln c,$$

quien cuenta con una dotación de tiempo $H$. En la economía hay dos empresas competitivas, $j = D, E$. La empresa $D$ es 100% propiedad del consumidor representativo; la empresa $E$ es de propiedad extranjera. Suponga que ambas empresas operan con una tecnología:

$$y_j = A_j l^{1-\alpha}, \quad j = D, E.$$

Suponga además que $A_D = A$ y que $A_E = \lambda A$, con $\lambda > 0$. El consumidor representativo aporta, al salario $w$, la totalidad del esfuerzo productivo.

(a) Exprese, en términos de los parámetros del modelo, el empleo agregado de equilibrio $L^*$. Indique si esta variable aumenta, disminuye o permanece sin cambios al incrementarse $\lambda$ y dé una interpretación de este resultado con base en su intuición económica.

(b) Exprese, en términos de los parámetros del modelo, el salario de equilibrio $w^*$ y el empleo de equilibrio en la empresa doméstica, $l_D^*$. Indique si estas variables aumentan, disminuyen o permanecen sin cambios al incrementarse $\lambda$ y dé una interpretación de este resultado con base en su intuición económica.

(c) Por medio de una gráfica, y a partir de sus respuestas a los incisos (a) y (b), indique si el bienestar del consumidor representativo aumenta, disminuye o permanece sin cambios al incrementarse $\lambda$.

1. $I = 2$ , $i \in A, B$

$u_i(n_i, c_i) = \gamma_i \ln(H - n_i) + \ln(c_i)$ , $\gamma_A > \gamma_B$

$J = 1$

$y = A\ell^{1-\alpha}$

• Escenario I (ambos trabajan en eq)

$\theta_A = 1$

$\theta_B = 0$

• Escenario II (ambos trabajan en eq.)

$\theta_A = 0$

$\theta_B = 1$

a) ¿$\ell_I^*$, $\ell_{II}^*$?

$\Rightarrow \max\limits_{\ell \geq 0} A\ell^{1-\alpha} - w\ell$

$[\ell]: (1-\alpha)A\ell^{-\alpha}\left(\frac{\ell}{\ell}\right) = w \Rightarrow (1-\alpha)y^* = w\ell^*$

$\therefore \pi = y - (1-\alpha)y = y - y + \alpha y = \alpha y^*$

$\therefore \frac{\pi}{w} = \frac{\alpha y}{(1-\alpha)\frac{y}{\ell}} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\ell^*$

$\Rightarrow \max\limits_{n_i, c_i} \gamma_i \ln(H - n_i) + \ln(c_i)$ s.a. $\{c_i = wn_i + \theta_i\pi$

$[n_i]: \frac{\gamma_i}{H - n_i} = w\lambda$

$[c_i]: \frac{1}{c_i} = \lambda$

$\Rightarrow \frac{\gamma c_i}{(H - n_i)} = w$

$[\lambda]: c_i = wn_i + \theta_i\pi$

$\hookrightarrow wH - wn_i = \gamma_i wn_i + \gamma_i\theta_i\pi$

$w[H - n_i(1+\gamma)] = \gamma\theta_i\pi$

$n_i^* = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma_i}{1+\gamma}\theta_i\pi = \frac{H}{1+\gamma_i} - \frac{\gamma_i}{1+\gamma_i}\theta_i\frac{\alpha}{1-\alpha}\ell^*$

## Escenario I

$$n_I^{A*} = \frac{H}{1+\gamma_A} - \frac{\gamma_A}{1+\gamma_A}\frac{\alpha}{1-\alpha}\ell^* \qquad n_I^{B*} = \frac{H}{1+\gamma_B} \quad \Big\} \ell_I^* = n_I^{A*} + n_I^{B*} = H\left(\frac{1}{1+\gamma_A} + \frac{1}{1+\gamma_B}\right) - \frac{\gamma_A}{1+\gamma_A}\frac{\alpha}{1-\alpha}\ell_I^*$$

$$\ell_I^*\left(1 + \frac{\gamma_A \alpha}{(1+\gamma_A)(1-\alpha)}\right) = H\left[\left(\frac{1}{1+\gamma_A}\right) + \left(\frac{1}{1+\gamma_B}\right)\right]$$

$$\ell_I^*\left(\frac{1-\alpha+\gamma_A - \cancel{\gamma_A\alpha} + \cancel{\gamma_A\alpha}}{(1+\gamma_A)(1-\alpha)}\right) = H\left[\left(\frac{1}{1+\gamma_A}\right) + \left(\frac{1}{1+\gamma_B}\right)\right]$$

$$\ell_I^* = \frac{H(1+\gamma_A)(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma_A}\left[\left(\frac{1}{1+\gamma_A}\right) + \left(\frac{1}{1+\gamma_B}\right)\right] \quad , \gamma_A > \gamma_B$$

$$\ell_I^* = \frac{H(1+\cancel{\gamma_A})(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma_A}\left[\frac{1+\gamma_B + 1+\gamma_A}{(1+\cancel{\gamma_A})(1+\gamma_B)}\right]$$

$$\Rightarrow \ell_I^* = \frac{H(1-\alpha)(2+\gamma_A+\gamma_B)}{(1+\gamma_B)(1-\alpha+\gamma_A)}$$

## Escenario II

$$n_{II}^{A*} = \frac{H}{1+\gamma_A} \qquad n_{II}^{B*} = \frac{H}{1+\gamma_B} - \frac{\gamma_B}{1+\gamma_B}\frac{\alpha}{1-\alpha}\ell^* \quad \Big\} \ell_{II}^* = n_{II}^{A*} + n_{II}^{B*}$$

$$\Rightarrow \ell_{II}^* = \frac{H(1-\alpha)(2+\gamma_A+\gamma_B)}{(1+\gamma_A)(1-\alpha+\gamma_B)} \quad , \gamma_A > \gamma_B$$

### b) Dem $\ell_I^* < \ell_{II}^*$

$$\ell_I^* = \frac{\overbrace{H(1-\alpha)(2+\gamma_A+\gamma_B)}^{=A}}{(1+\gamma_B)(1-\alpha+\gamma_A)} \quad ¿? \quad \ell_{II}^* = \frac{\overbrace{H(1-\alpha)(2+\gamma_A+\gamma_B)}^{=A}}{(1+\gamma_A)(1-\alpha+\gamma_B)}$$

$$\Rightarrow \ell_I^* = \frac{A}{\underbrace{1-\alpha+\gamma_A+\gamma_B}_{B}-\alpha\gamma_B+\gamma_B\gamma_A} \quad ¿? \quad \ell_{II}^* = \frac{A}{\underbrace{1-\alpha+\gamma_B+\gamma_A}_{B}-\alpha\gamma_A+\gamma_A\gamma_B}$$

∴ Por contradicción:

$$\Rightarrow \ell_I^* = \frac{A}{B-\alpha\gamma_B} > \ell_{II}^* = \frac{A}{B-\alpha\gamma_A} \quad \text{y Sea } \gamma_A > \gamma_B$$

$$\frac{1}{B-\alpha\gamma_B} > \frac{1}{B-\alpha\gamma_A}$$

$$B-\alpha\gamma_A > B-\alpha\gamma_B$$

$$\alpha\gamma_B > \alpha\gamma_A$$

$$\gamma_B > \gamma_A \quad \text{¡! contradicción pq' } \gamma_A > \gamma_B$$

$$\therefore \ell_I < \ell_{II}^*$$

Si $\uparrow \ell_I \Rightarrow y\uparrow \Rightarrow \pi\uparrow \Rightarrow \uparrow ER$

Si $\uparrow \ell_{II} \Rightarrow y\uparrow \Rightarrow \pi\uparrow \Rightarrow \uparrow ER$

pero dado que $\ell_I < \ell_{II}$

$\Rightarrow ER_I < ER_{II}$

## 2. Opción Múltiple:

**Economía Estática**

$I > 1$, $J > 1$ $\hookrightarrow y_j = A_j l_j^{1-\alpha}$, $A_j$ diferente para c/E

$\downarrow$

consumidores idénticos

con pref. Cobb-Douglas

(a) La producción de cada empresa no depende ni de $I$ ni de $J$. F (depende de la E)

(b) La producción agregada se ve afectada de la misma manera por $I$ y $J$, independientemente de los parámetros del modelo. F (depende de $A_j$)

(c) Las horas trabajadas por persona no dependen ni de $I$ ni de $J$. F ($l$ depende de $A_j$ y RP $i$ depende de tamaño de $I$)

(d) Si la productividad de algunas empresas se incrementa, el empleo agregado de equilibrio será mayor. (Verdadero, en E donde $\uparrow A_j \Rightarrow \uparrow l_j \Rightarrow \uparrow L^*$

(e) En el equilibrio, la productividad marginal de la mano de obra será mayor en las empresas con mayor $A_j$. (Falso: $PM_g l_1 = PM_g l_2 = \ldots = PM_g l_j = w$)

(f) El cociente de las ganancias entre las horas contratadas, $(\pi_j^*/l_j^*)$, será mayor en las empresas con mayor $A_j$. (Falso: $\frac{\pi_j^*}{l_j^*}$ no depende de $A_j$)

$\Rightarrow \max_{l \geq 0} A_j l^{1-\alpha} - w l_j$ RP: $c_i = w n_i + \frac{1}{I}\pi$

$[l]: \overbrace{(1-\alpha) A_j l_j^{-\alpha}}^{PM_g L} \left(\frac{l}{l}\right) = w \Rightarrow (1-\alpha) y = w l$

$\hookrightarrow l_j^{\alpha} = \frac{(1-\alpha)A_j}{w} \Rightarrow l_j(w) = \left[\frac{(1-\alpha)A_j}{w}\right]^{\frac{1}{\alpha}}$, donde $L^* = \sum_{j=0}^{J} l_j$

$\pi_j = \alpha l_j^* \Rightarrow \frac{\pi_j}{l_j^*} = \alpha$

## * 3. Opción Múltiple

$I > 1 \Rightarrow u_i(h_i, c_i) = \gamma \ln(h_i) + \ln(c_i)$, $n_1^* = 0$

H igual para todos $i$

$\theta_1 < 1$

$\theta = 1 - \theta_1$

$\theta_i = \frac{\theta}{I-1} \quad \forall i = \{2, 3, \ldots\}$

$J = 1 \Rightarrow y = A l^{1-\alpha}$

¿Cual es Falso?

(a) Un incremento en $A$ no altera el empleo de equilibrio $l^*$. $\left\{ l^* = \frac{(I-1)H(1-\alpha)}{1+\ \ \alpha} \right.$ $\therefore$ A no altera $l^* \Rightarrow$ V

(b) Un incremento en $\theta$ da lugar a un incremento en el empleo de equilibrio $l^*$.

(c) Un incremento en $I$ da lugar a un incremento en el consumo de equilibrio del sr. 1, $c_1^*$.

(d) Un incremento en $\theta$ da lugar a una reducción en el valor de equilibrio de $c_i^*$, para $i = 2, 3, \ldots, I$.

(e) Un incremento en $I$ da lugar a una reducción en el salario de equilibrio $w^*$.

(f) Un incremento en $I$ da lugar a un incremento en el valor de equilibrio de $n_i^*$, para $i = 2, 3, \ldots, I$.

4. Consumidor Representativo $I=1$

$u(h,c) = \gamma \ln h + \ln c$

Empresa representativa:

$F(\ell) = A\ell^{1-\alpha}$

a) ¿ $\ell^*$, $w^*$, $\pi^*$ ?

Resolver por P. S. $<^{I=1}_{\text{no ext.}}$

$$\Rightarrow \max_{\ell \geq 0} \gamma \ln(H-\ell) + \ln(A) + (1-\alpha)\ln(\ell)$$

$$[\ell]: \ -\frac{\gamma}{H-\ell} + \frac{(1-\alpha)}{\ell} = 0 \Rightarrow \frac{H-\ell}{\ell} = \frac{\gamma}{1-\alpha}$$

$$\frac{H}{\ell} - 1 = \frac{\gamma}{1-\alpha}$$

$$\frac{H}{\ell} = \frac{\gamma}{1-\alpha} + 1$$

$$\frac{H}{\ell} = \frac{\gamma+1-\alpha}{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow \ell^* = \frac{H(1-\alpha)}{\gamma+1-\alpha} \underset{\text{i.e}}{=} \left\{ \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{(1+\gamma)} \frac{\pi(w)}{w} \right\}$$

$\pi(w) \rightarrow \alpha y = \alpha A \ell^{1-\alpha}$

∴ aquí sí depende de A

$$w^* = PMgL = (1-\alpha)A(\ell^*)^{-\alpha} = (1-\alpha)A\left[\frac{H(1-\alpha)}{\gamma+1-\alpha}\right]^{-\alpha}$$

$$\pi^* = \alpha y = \alpha A \ell^{1-\alpha} = \alpha A\left[\frac{H(1-\alpha)}{\gamma+1-\alpha}\right]^{1-\alpha}$$

b) Empresa extranjera se apropia de ganancias de la Ⓔ ; $n > 0$ ; dem $n$ no depende de A

¿ $\ell^*$, $w^*$ ? . Interpretación económica del resultado

$$\Rightarrow \max_{\ell, c} \gamma \ln(H-\ell) + \ln(c) \qquad \text{s.a.} \ \{ c = w\underset{\ell}{n}$$

$$\hookrightarrow \max_{\ell \geq 0} \gamma \ln(H-\ell) + \ln(w) + \ln(\ell)$$

$$[\ell]: \ -\frac{\gamma}{H-\ell} + \frac{1}{\ell} = 0 \Rightarrow \frac{H-\ell}{\ell} = \gamma$$

$$\frac{H}{\ell} = \gamma + 1$$

$$\Rightarrow \ell^* = \frac{H}{\gamma+1} \qquad \left\{ \frac{\partial \ell^*}{\partial A} = 0 \right. \ ∴$$

el trabajo no depende de A ni $\pi$ pq' $\mathbb{X}$ no es dueño de la Ⓔ, sino únicamente depende de su disponibilidad de tiempo dado por la fn. utilidad y R.P. para consumir.

$$w^* = PMgL = (1-\alpha)A\ell^{-\alpha} = (1-\alpha)A\left(\frac{H}{\gamma+1}\right)^{-\alpha}$$

$$\pi^* = \alpha y^* = \alpha A \ell^{1-\alpha} = \alpha A\left(\frac{H}{\gamma+1}\right)^{1-\alpha}$$

**5.** Tecnología Agregada:

$$Y = A L^{1-\alpha} \quad , \quad L = \ell N$$

$N > 1$ idénticos

$$\theta = \frac{1}{N}$$

$$\Rightarrow \max_{\ell, c} \; \gamma \ln(1-\ell) + \ln(c) \quad \text{s.a.} \left\{ c = w\ell + \frac{1}{N}\pi \right.$$

(a) ¿$\ell^*$, $w^*$, $\pi^*/N$?

$$[\ell]: \quad \frac{\gamma}{1-\ell} = \lambda w$$

$$[c]: \quad \frac{1}{c} = \lambda$$

$$\Rightarrow \frac{\gamma c}{1-\ell} = w$$

$$[\lambda]: \quad c = w\ell + \frac{1}{N}\pi$$

$$\gamma(1-\ell)w = \gamma w \ell + \frac{1}{N}\gamma\pi$$

$$w - \ell w = \gamma w \ell + \frac{1}{N}\gamma\pi$$

$$w[1-\ell(1+\gamma)] = \frac{1}{N}\gamma\pi$$

$$1-\ell(1+\gamma) = \frac{1}{N}\gamma\frac{\pi}{w}$$

$$\ell(w) = \frac{1}{1+\gamma} - \frac{1}{N}\frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\pi}{w}$$

$$\Rightarrow L(w) = \frac{N}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\underbrace{\frac{\pi}{w}}_{= \frac{\alpha}{1-\alpha}L^*}$$

por ser Cobb-Douglas

$$\Rightarrow L^*\left(1 + \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\alpha}{1-\alpha}\right) = \frac{N}{1+\gamma}$$

$$L^*\left(\frac{1-\alpha+\gamma-\cancel{\gamma\alpha}+\cancel{\gamma\alpha}}{\cancel{(1+\gamma)}(1-\alpha)}\right) = \frac{N}{\cancel{1+\gamma}}$$

$$\Rightarrow L^* = \frac{N(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma}$$

Recordar: $L^* = N\ell^*$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{N}(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma} = \cancel{N}\ell^*$$

$$\Rightarrow \ell^* = \frac{(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma} \; //$$

$$\Rightarrow w = PMg_L = (1-\alpha)AL^{-\alpha} = (1-\alpha)A\left[\frac{N(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma}\right]^{-\alpha} \; //$$

$$\Rightarrow \pi^* = \alpha Y = \alpha A\left[\frac{N(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma}\right]^{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi^*}{N} = \frac{\alpha A}{N}\left[\frac{N(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma}\right]^{1-\alpha} = \alpha A N^{-\alpha}\left[\frac{(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma}\right]^{1-\alpha} \; //$$

$\Rightarrow$ Suponga $\theta = \frac{1}{2N}$

b) ¿$\ell^*$?

$$\Rightarrow \max_{\ell, c} \ \gamma \ln(1-\ell) + \ln(c) \quad \text{s.a.} \left\{ c = w\ell + \frac{1}{2N}\pi \right. \quad ; \quad L = 2N\ell$$

$$\therefore \ \ell(w) = \frac{1}{1+\gamma} - \frac{1}{2N}\frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\pi}{w} \qquad \Rightarrow L = \frac{2N}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\pi}{w}$$

$= \text{cobb Douglas } \frac{\alpha}{1-\alpha}$

$$\Rightarrow L^* = \frac{2N(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}$$

Sea $L = 2N\ell$

$$\frac{\cancel{2N}(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha} = \cancel{2N}\ell$$

$$\Rightarrow \ell^* = \frac{(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}$$

c)

$$\Rightarrow w = PMg_L = (1-\alpha)A\left[\frac{2N(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}\right]^{-\alpha} \ //$$

$$\pi^* = \alpha y = \alpha A\left[\frac{2N(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}\right]^{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi^*}{2N} = \frac{\alpha A}{2N}\left[\frac{2N(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}\right]^{1-\alpha} = \alpha A(2N)^{-\alpha}\left[\frac{(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}\right]^{1-\alpha}$$

Hay un mismo empleo $\ell^*$ por ♀ ya que no solo aumentaron ♀N sino también el número de empresas. Pero esto significa que el trabajo agregado L sí aumentó. Dado que $\uparrow L \Rightarrow \downarrow w$

Asimismo las $\pi$ por persona de los $\mathcal{E}$ al dividirse entre más individuos N, también disminuye.

d) Población original se duplica $2N <^{N}_{N}$

Pobladores originales $l_o(N) \Rightarrow \theta_i = \frac{1}{N}$ , $i \in \{1, \dots, N\}$

Pobladores migrantes $l_m(N) \Rightarrow \theta_i = 0$ , $i \in \{N+1, \dots, 2N\}$

¿ $l_m^*$ ?

$$\Rightarrow \max_{l_m, c} \ \gamma \ln(1-l_m) + \ln(c) \quad \text{s.a.} \{ c = w l_m$$

$$\hookrightarrow \max_{l_m \geq 0} \ \gamma \ln(1-l_m) + \ln(w) + \ln(l_m)$$

$$[l_m]: \quad \frac{\gamma}{1-l_m} = \frac{1}{l_m} \Rightarrow \frac{1-l_m}{l_m} = \gamma$$

$$\frac{1}{l_m} - 1 = \gamma$$

$$\frac{1}{l_m} = \gamma + 1$$

$$\Rightarrow l_m^* = \frac{1}{\gamma+1} \quad //$$

e) (basándonos en in d) <u>Dem</u> $l_o = \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\gamma} - \frac{\gamma\alpha}{(1+\gamma)(1-\alpha+\gamma)}$

$$\Rightarrow \max_{l, c} \ \gamma \ln(1-l_o) + \ln(c) \quad \text{s.a.} \{ c = w l_o + \frac{1}{N}\pi$$

$$[l]: \quad \frac{\gamma}{1-l_o} = \lambda w$$

$$[c]: \quad \frac{1}{c} = \lambda$$

$$\Bigg\rangle \quad \frac{\gamma(c)}{1-l_o} = w$$

$$[\lambda]: \quad c = w l_o + \frac{1}{N}\pi$$

$$\hookrightarrow w(1-l_o) = \gamma w l_o + \frac{\gamma}{N}\pi$$

$$w[1 - l_o(1+\gamma)] = \frac{\gamma}{N}\pi$$

$$\Rightarrow l_o = \frac{1}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{(1+\gamma)} \frac{1}{N} \frac{\pi}{w}$$

→ Cobb Douglas $\frac{\alpha}{1-\alpha} L^*$

↳ relacionada con 2N

$$\Rightarrow l_o = \frac{1}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{1}{\cancel{N}} \frac{\alpha}{\cancel{(1-\alpha)}} \left[ \frac{2\cancel{N}\cancel{(1-\alpha)}}{1+\gamma-\alpha} \right]$$

$$l_o = \frac{1}{1+\gamma} - \frac{2\gamma\alpha}{(1+\gamma)(1+\gamma-\alpha)}$$

$$l_o = \frac{1+\gamma-\alpha-2\gamma\alpha}{(1+\gamma)(1+\gamma-\alpha)}$$

$$l_o = \frac{(1+\gamma)(1-\alpha) - \gamma\alpha}{(1+\gamma)(1+\gamma-\alpha)}$$

$$\Rightarrow l_o^* = \frac{(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha} - \frac{\gamma\alpha}{(1+\gamma)(1+\gamma-\alpha)}$$

F) ¿ $w^*$(inciso a) vs. $w$ (inciso c)

b) d)

$$(1-\alpha)A\left[\frac{N(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma}\right]^{-\alpha} = (1-\alpha)A\left[\frac{2N(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}\right]^{-\alpha} \quad \therefore \text{son iguales}$$

6. Economía Estática

$I = 2$, $J = 2$

$y_j = f_j(\ell) = A_j \ell^{1-\alpha}$

$u_i(h, c) = \gamma \ln(h) + \ln(c)$

$H = 1$

$\theta_{11} = 1 \qquad \theta_{12} = 0$

$\theta_{21} = 0 \qquad \theta_{22} = 1$

a) ¿$n_i(\ell)$?

Se que ut. es logarítmica

$\Rightarrow n_i(w) = \frac{1}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\boxed{\frac{\pi}{w}}$ → Tecnología Cobb douglas $\Rightarrow \frac{\pi}{w} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\ell^*$

$\therefore n_i(\ell^*) = \frac{1}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\alpha}{1-\alpha}\ell_i^* \quad , i \in \{1, 2\}$

b) ¿$L^*$?

Condición de vaciado: $n_1 + n_2 = L^*$ ; $\ell_i = n_i$

$$\Rightarrow \frac{1}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\alpha}{1-\alpha}\ell_1^* + \frac{1}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\alpha}{1-\alpha}\ell_2^* = L^*$$

$$\frac{2}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\alpha}{1-\alpha}(\ell_1^* + \ell_2^*) = L^*$$

$$\frac{2}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\alpha}{1-\alpha}L^* = L^*$$

$$L^*\left[1 + \frac{\gamma\alpha}{(1+\gamma)(1-\alpha)}\right] = \frac{2}{1+\gamma}$$

$$L^*\left[\frac{1-\alpha+\gamma-\cancel{\gamma\alpha}+\cancel{\gamma\alpha}}{(\cancel{1+\gamma})(1-\alpha)}\right] = \frac{2}{\cancel{1+\gamma}}$$

$$\Rightarrow L^* = \frac{2(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma}$$

c) $A_1 = A_2 = A$ ¿$\ell^*$, $w^*$?

* siempre se va a poder si Ⓔ son iguales

$\Rightarrow y_1 = A\ell_i^{1-\alpha} = y_2 \qquad \Rightarrow \ell_1^* = \ell_2^* = \frac{L^*}{2} = \frac{(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma}$

$PMg_{\ell_1} = PMg_{\ell_2} = w \qquad \Rightarrow w = (1-\alpha)A\left[\frac{(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma}\right]^{-\alpha}$

* Siempre usar $w = PMg_\ell$ para sacar el salario

Suponga $A_2 = \mu A$ , $\mu > 1$
$A_1 = A$

d) A partir de b) ¿cómo afecta esta mejora en productividad a $L^*$?

$$\frac{\partial L^*}{\partial A} = 0 \quad \therefore \text{ no afecta.}$$

e) ¿$l_1^*$, $l_2^*$?

$\mathcal{E}_1$

$$\Rightarrow \max_{l_1 \geq 0} A l_1^{1-\alpha} - w l_1$$

$$[l_1] : (1-\alpha) A l_1^{-\alpha} = w$$

$\mathcal{E}_2$

$$\Rightarrow \max_{l_2 \geq 0} \mu A l_2^{1-\alpha} - w l_2$$

$$[l_2] : \mu (1-\alpha) A l_2^{-\alpha} = w$$

$$\Rightarrow (1-\alpha) A l_1^{-\alpha} = \mu (1-\alpha) A l_2^{-\alpha}$$
$$(1-\alpha) A [l_1^{-\alpha} - \mu l_2^{-\alpha}] = 0$$
$$l_1^{-\alpha} - \mu l_2^{-\alpha} = 0$$
$$\frac{1}{l_1^{\alpha}} = \frac{\mu}{l_2^{\alpha}}$$
$$l_2 = \mu^{\frac{1}{\alpha}} l_1$$

Por condición de vaciado:

- $$l_1 + l_2 = L^*$$
$$l_1 + \mu^{\frac{1}{\alpha}} l_1 = \frac{2(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma}$$
$$l_1 (1 + \mu^{\frac{1}{\alpha}}) = \frac{2(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma}$$
$$\Rightarrow l_1^* = \frac{1}{1+\mu^{\frac{1}{\alpha}}} \left[ \frac{2(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma} \right]$$

- $$\frac{1}{\mu^{\frac{1}{\alpha}}} l_2 + l_2 = L^*$$
$$l_2 \left[ \frac{1}{\mu^{\frac{1}{\alpha}}} + 1 \right] = \frac{2(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma}$$
$$l_2 \left[ \frac{1+\mu^{\frac{1}{\alpha}}}{\mu^{\frac{1}{\alpha}}} \right] = \frac{2(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma}$$
$$\Rightarrow l_2^* = \frac{\mu^{\frac{1}{\alpha}}}{1+\mu^{\frac{1}{\alpha}}} \left[ \frac{2(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma} \right]$$

$\therefore$ Empleo agregado es el mismo respecto a A, pero la distribución entre las empresas sí cambia

## F) A partir del inciso a) ¿cómo $\Delta n_i^*$?

$$\uparrow n_i^* = \frac{1}{1+r} - \frac{r}{1+r}\,\frac{\alpha}{1-\alpha}\,l_1^* \downarrow \qquad \therefore\ n_i^* \text{ aumenta}$$

$$l_i^* = \frac{(1-\alpha)}{1-\alpha+r} > l_i^* = \frac{2}{1+y^{\frac{1}{\alpha}}}\left[\frac{(1-\alpha)}{1-\alpha+r}\right]$$

*denominador > 2

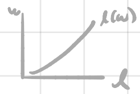
DES: $\uparrow n_1, \downarrow h_1$

$$\uparrow A_1 \Rightarrow \uparrow l_2 \Rightarrow \boxed{\uparrow w} \Rightarrow \downarrow l_1 \Rightarrow \downarrow y_1 \Rightarrow \boxed{\downarrow \pi}$$

ER: $\uparrow n_1$

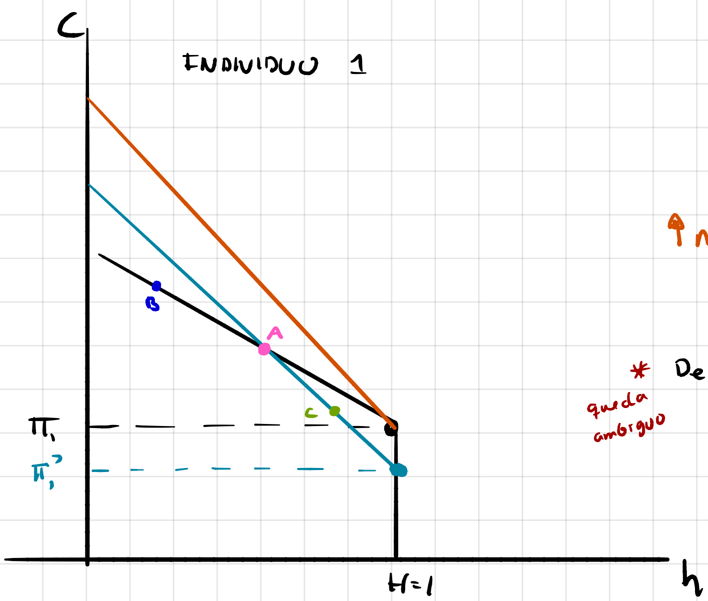
$$n_1 = \frac{1}{1+r} - \frac{r}{1+r}\,\frac{\alpha}{1-\alpha}\,\frac{\pi}{w}$$

$\pi = \alpha y$




∴ empleo fluye de las Ⓔ menos productivas a las más productivas

## g) ¿Cómo cambia bienestar de individuo




$\uparrow n_1 \Rightarrow \uparrow c_1$ & $\downarrow \pi$

* Depende de donde se encontrara

queda ambiguo

A $\Rightarrow \Delta u = 0$

B $\Rightarrow \Delta u \uparrow$

C $\Rightarrow \Delta u \downarrow$

8. $I = 2$

En función a servicios laborales $\ell \begin{cases} \text{♀}_1 \to n & ; \quad w \\ \text{♀}_2 \to \phi n & ; \quad \phi w \end{cases}$ , $\phi > 1$

$$y = A\ell^{1-\alpha}$$

$$u(h,c) = \gamma \ln(h) + \ln(c)$$

• R.T. :

$$H = n + h$$

a) ¿$n_i(w)$, $\ell(w)$?

$$\text{♀}_1 \Rightarrow \max_{n_1, c_1} \gamma \ln(H - n_1) + \ln(c_1) \quad \text{s.a.} \left\{ c_1 = wn_1 + \theta_1 \pi(w) \right.$$

$$[n_1]: \quad \frac{\gamma}{H-n_1} = \lambda w$$

$$[c_1]: \quad \frac{1}{c_1} = \lambda$$

$$\frac{\gamma c_1}{H-n_1} = w$$

$$[\lambda]: \quad c_1 = wn_1 + \theta \pi(w)$$

$$\hookrightarrow (H - n_1) w = \gamma w n_1 + \theta_1 \pi(w)$$

$$\Rightarrow n_1(w) = \frac{H}{\gamma+1} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{\theta_1 \pi(w)}{w}$$

$$\text{♀}_2 : \Rightarrow \max_{n, c_1} \gamma \ln(H - n_2) + \ln(c_2) \quad \text{s.a.} \left\{ c_2 = \phi_1 w n_2 + (1-\theta)\pi(w) \right.$$

$$[n_1]: \quad \frac{\gamma}{H-n_2} = \lambda \phi w$$

$$[c_1]: \quad \frac{1}{c_2} = \lambda$$

$$\frac{\gamma c_2}{H-n_2} = \phi w$$

$$[\lambda]: \quad c_2 = \phi w n_2 + (1-\theta_1)\pi(w)$$

$$\hookrightarrow \phi w H - \phi w n_2 = \gamma \phi w n_2 + (1-\theta_1)\pi(w)$$

$$\phi(w)[H - n_2(1+\gamma)] = (1-\theta_1)\pi(w)$$

$$\Rightarrow \quad n_2(w) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{1-\theta}{\phi} \frac{\pi(w)}{w}$$

$$\ell(w) = n_1(w) + \phi n_2(w) = \frac{H(1+\phi)}{\gamma+1} - \frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{\pi(w)}{w}$$

b) ¿ $\ell^*, w^*, y^*$ ?

C.V. $\quad n_1^* + \phi n_2^* = \ell^*$

Sea $\ell(w) = \dfrac{H(1+\phi)}{\gamma+1} - \dfrac{\gamma}{\gamma+1}\dfrac{\pi(w)}{w}$ $\Rightarrow$ Fn. producción es cobb-douglas $\dfrac{\pi(w)}{w} = \dfrac{\alpha}{1-\alpha}\ell^*$

$$\Rightarrow \ell^* = \frac{H(1+\phi)}{\gamma+1} - \frac{\gamma}{\gamma+1}\left[\frac{\alpha}{1-\alpha}\ell^*\right]$$

$$\ell^*\left[1 + \frac{\alpha\gamma}{(1-\alpha)(\gamma+1)}\right] = \frac{H(1+\phi)}{\gamma+1}$$

$$\ell^*\left[\frac{\gamma+1-\cancel{\alpha\gamma}-\alpha+\cancel{\alpha\gamma}}{(1-\alpha)\cancel{(\gamma+1)}}\right] = \frac{H(1+\phi)}{\cancel{\gamma+1}}$$

$$\Rightarrow \ell^* = \frac{H(1+\phi)(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}$$

$$w^* = PMg\ell = (1-\alpha)A\ell^{-\alpha} = (1-\alpha)A\left[\frac{H(1+\phi)(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}\right]^{-\alpha}$$

$$y^* = A\ell^{1-\alpha} = A\left[\frac{H(1+\phi)(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}\right]^{1-\alpha}$$

c) ¿ $n_1 \gtreqless n_2$ ?

$$n_1(w) = \frac{H}{\gamma+1} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\theta_1\pi(w)}{w} \quad ? \quad \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{1-\theta_1}{\phi}\frac{\pi(w)}{w}$$

$$\theta_1 \quad ? \quad \frac{1-\theta_1}{\phi}$$

$$\theta_1\phi + \theta_1 \quad ? \quad 1$$

$$\theta_1(\phi+1) \quad ? \quad 1$$

$$\theta_1 \gtreqless \underbrace{\frac{1}{\phi+1}}_{\text{nunca va a ser} > 1}, \quad \phi > 1$$

$\therefore$ es ambiguo, depende de $\phi$

$\text{ES}: \uparrow n_2 \downarrow h_2$

$\uparrow \text{ER}: \uparrow n_2$

Si $\uparrow\phi \Rightarrow \uparrow\ell \Rightarrow \boxed{\uparrow w} \Rightarrow \uparrow y \Rightarrow \boxed{\uparrow \pi}$

d) $\textit{♀}_1$ opción de vivir en eco. de incisos anteriores o en eco. $\phi = 1$. ¿En qué economía trabajaría más?

$$\Rightarrow \quad \ell^* = \frac{H(1+\phi)(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha} \quad > \quad (\ell^*)' = \frac{2H(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}$$

el empleo agregado es mayor en eco. anterior

$$\Rightarrow \quad (n_1^*)' = \underbrace{\frac{H}{1+\gamma} - \underbrace{\frac{\gamma}{1+\gamma}\,\frac{\alpha}{1-\alpha}\,(\ell^*)'}_{②\Rightarrow \text{ esto es menor}}}_{③\Rightarrow \text{ esto es mayo}}$$

① $(\ell^*)'$ es menor en esta eco.

$\therefore \quad n_i^* < (n^*)'$ , es decir, trabaja más en esta economía

e) F, V, Incierto: (con base en escenario de inciso d) El $c_1$ es mayor en la economía con variables homogeneas (inciso d)

$$c_i^* = w n_i^* + \theta_i \Pi(w) \quad \lesseqgtr \quad (c_i^*)' = \underbrace{w}_{\substack{\text{mayor} \\ \text{(Fijarse} \\ \text{en Mg)}}} \underbrace{(n_i^*)'}_{\substack{\text{mayor} \\ \text{(por inciso} \\ \text{d)}}} + \theta_i \underbrace{\Pi(w)}_{\substack{\alpha\ y \\ \text{menor, dado} \\ \text{inciso d)}}}$$

*es ambiguo, depende de las proporciones

9. $I \sim 2$ $\left\langle \begin{array}{ll} s: \text{cualificado}, & s \in S \\ u: \text{no cualificado} & u \in U \end{array} \right.$ , $I = S + U$

$u(h_i, c_i) = \gamma \ln h_i + \ln c_i$ , $i \in \{s, u\}$

$H = h + n_i$ , $i \in \{s, u\}$

$J = 1$

$y = A l_s^\alpha l_u^\beta$ , $\alpha + \beta < 1$ (RDE)

$w_s$, $w_u$ $\quad \theta_s = 1 \quad \theta_u = 0$

a) Defina problema de ⓔ y muestre relación entre la producción y el ingreso laboral de cada tipo de trabajadores

$$= \max_{l_s, l_u} A l_s^\alpha l_u^\beta - w_s l_s - w_u l_u$$

$$[l_s]: \ \alpha A l_s^{\alpha-1} l_u^\beta \frac{l_s}{l_s} = w_s \qquad \Rightarrow \alpha y = w_s l_s$$

$$[l_u]: \ \beta A l_s^\alpha l_u^{\beta-1} \frac{l_u}{l_u} = w_u \qquad \Rightarrow \beta y = w_u l_u$$

b) Defina problema de trabajadores s y u, ¿$n_s(w)$, $n_u(w)$?

$$\Rightarrow \max_{n_i, c_i} \gamma \ln(H - n_i) + \ln(c_i) \quad \text{s.a.} \left\{ c_i = w_i n_i + \frac{\theta_i}{I_i} \pi(w) \right. , \quad i \in \{s, u\}$$

$$\hookrightarrow n_i(w) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\theta \gamma}{1+\gamma} \frac{\pi(w)}{w_i} = \begin{cases} n_s(w) = \dfrac{H}{1+\gamma} - \dfrac{\gamma}{1+\gamma} \theta_s \dfrac{\pi(w_s, w_u)}{w_s} \\ n_u(w) = \dfrac{H}{1+\gamma} \end{cases}$$

c) ¿$l_s^*$, $l_u^*$?

$$\pi = y - \alpha y - \beta y = y(1-\alpha-\beta) \quad ; \quad \frac{\pi}{w_s} = \frac{y(1-\alpha-\beta)}{\alpha \frac{y}{l_s}} = \frac{(1-\alpha-\beta)}{\alpha} l_s$$

$$n_s^* = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{(1-\alpha-\beta)}{\alpha} n_s^* \quad \Rightarrow n_s^* \left( 1 + \frac{\gamma}{1+\gamma} \left( \frac{(1-\alpha-\beta)}{\alpha} \right) \right) = \frac{H}{1+\gamma}$$

$$n_s^* \left( \frac{\alpha + \cancel{\alpha\gamma} + \gamma - \cancel{\gamma\alpha} - \gamma\beta}{(\cancel{1+\gamma})\alpha} \right) = \frac{H}{\cancel{1+\gamma}}$$

$$n_u^* = \frac{H}{1+\gamma} \qquad \Rightarrow n_s^* = \frac{H\alpha}{\alpha + \gamma(1-\beta)}$$

$$\text{C.V.}: \ l_u^* = \sum_{u=0}^{U} n_u = \frac{UH}{1+\gamma} \quad ; \quad l_s^* = \sum_{s=1}^{S} n_s^* = \frac{SH\alpha}{\alpha + \gamma(1-\beta)}$$

d) ¿ $y^*$, $c_s^*$, $c_u^*$ ?

$$y^* = A l_s^{\alpha} l_u^{\beta} = A\left[\frac{SH\alpha}{\alpha+\gamma(1-\beta)}\right]^{\alpha}\left[\frac{UH}{1+\gamma}\right]^{\beta}$$

$$\Rightarrow c_u^* = w_u n_u^* = \beta y^* = \beta A\left[\frac{SH\alpha}{\alpha+\gamma(1-\beta)}\right]^{\alpha}\left[\frac{UH}{1+\gamma}\right]^{\beta}$$

$$\Rightarrow y^* = c_u^* + c_s^*$$

$$\Rightarrow c_s^* = y^* - c_u = y^* - \beta y^* = (1-\beta) y^* = (1-\beta)\left[\frac{SH\alpha}{\alpha+\gamma(1-\beta)}\right]^{\alpha}\left[\frac{UH}{1+\gamma}\right]^{\beta}$$

e) ¿ Prima por habilidad $\left(\frac{w_s}{w_u}\right)$ ? Suponga $\bar{I} = \uparrow S + U\downarrow$ ¿ cómo afecta la prima?

$$\frac{w_s}{w_u} = \frac{\frac{\alpha y}{l_s}}{\frac{\beta y}{l_u}} = \frac{\alpha l_u}{\beta l_s} = \frac{\frac{\cancel{\alpha} U \cancel{H}}{1+\gamma}}{\left[\beta \frac{S\cancel{H}\cancel{\alpha}}{\alpha+\gamma(1-\beta)}\right]} = \frac{U\left[\alpha+\gamma(1-\beta)\right]}{S\ \beta\ (1+\gamma)}$$

Si $\uparrow S \Rightarrow \downarrow w_s \wedge \downarrow U \Rightarrow \uparrow w_s$

$\therefore \downarrow \frac{w_s}{w_u}$, es decir, se va cerrando la brecha salarial

10. Economía estática

$I = 1 \Rightarrow \gamma \ln(H-n) + \ln c$

$J = 1 \Rightarrow y = A\ell^{1-\alpha}$

$\theta = 1$

Suponga: $\gamma = \frac{3}{2}$, $H = 1$, $\alpha = \frac{1}{2}$, $A = 16$

a) ¿$\ell^*$, $y^*$, $c^*$, $w^*$?

Cobb Douglas y logarítmica

$$n^* = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\,\theta\,\frac{\Pi}{w} = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\,\overset{=1}{\theta}\,\frac{\alpha}{1-\alpha}\,\ell^*$$

$$\hookrightarrow \ell^*\left(1 + \frac{\gamma\alpha}{(1+\gamma)(1-\alpha)}\right) = \frac{H}{1+\gamma}$$

$$\ell^*\left(\frac{1+\gamma-\alpha}{(1+\gamma)(1-\alpha)}\right) = \frac{H}{1+\gamma}$$

$$\Rightarrow \ell^* = \frac{H(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha} = \frac{(1)(1-\frac{1}{2})}{1+\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

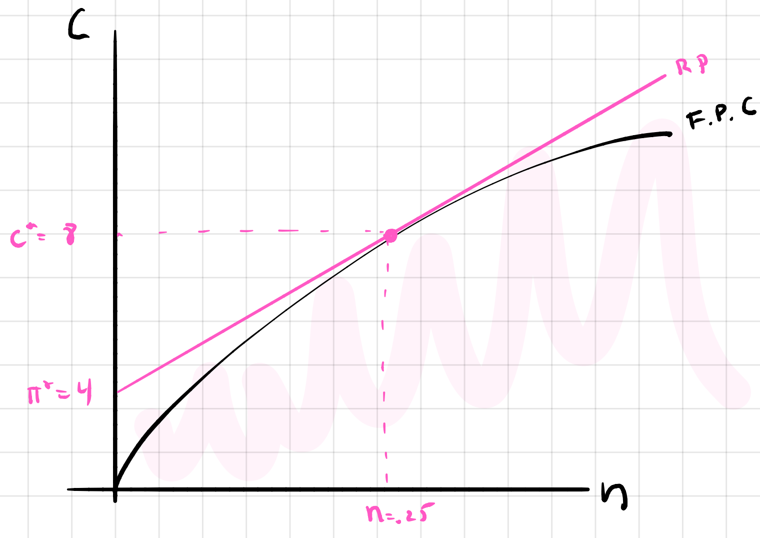
$$\Rightarrow y^* = A\ell^{1-\alpha} = 16\left(\tfrac{1}{4}\right)^{1-\frac{1}{2}} = 16\left(\tfrac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = 16\left(\tfrac{1}{2}\right) = 8$$

$$\Rightarrow \Pi^* = \alpha y^* = \tfrac{1}{2}(8) = 4$$

$$\Rightarrow w^* = (1-\alpha)A\ell^{-\alpha} = (1-\tfrac{1}{2})(16)\left(\tfrac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} = 8(4)^{1/2} = 8(2) = 16$$

$$\Rightarrow c^* = w\underbrace{n^*}_{\text{"}\ell^*\text{"}} + \overset{1}{\theta}\,\Pi^* = 16\left(\tfrac{1}{4}\right) + 4 = 4 + 4 = 8$$

b) Grafique R.P. en plano c-n



* a) duda

$H = h + n + m$

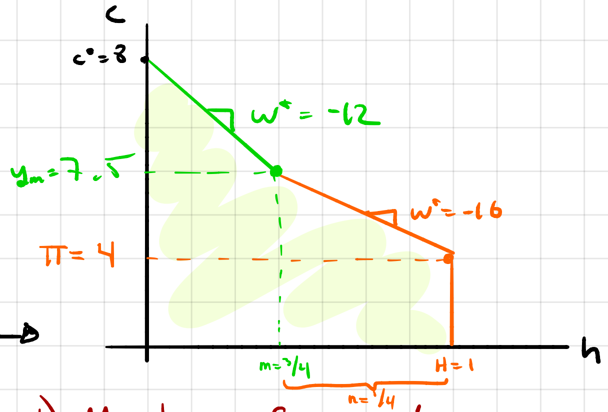
$y_m = 12m \quad \Rightarrow$ R Cte. E $\Rightarrow \pi' = 0$

Muestre graficamente la R.P. si $n \leq \ell^{*}_{a} = \frac{1}{4}$ y dedica horas adicionales a tecn. informal

$\Rightarrow h = \underset{1}{H} - \underset{1/4}{n} - m \quad \Rightarrow m \leq 3/4$

$y_m = 10(3/4) = \frac{30}{4} = 7.5$

$w = PM_g M = 12$




c) Muestre graficamente y argumente el tiempo que, en eq., el eq. le dedica a la produccion informal

$\therefore m = 3/4$

Suponga que gobierno fija salario minimo $\bar{w} = 24$ (producción informal prohibida)

d) ¿$\ell'$, $y'$, $\pi'$? que contrata con $\bar{w}$

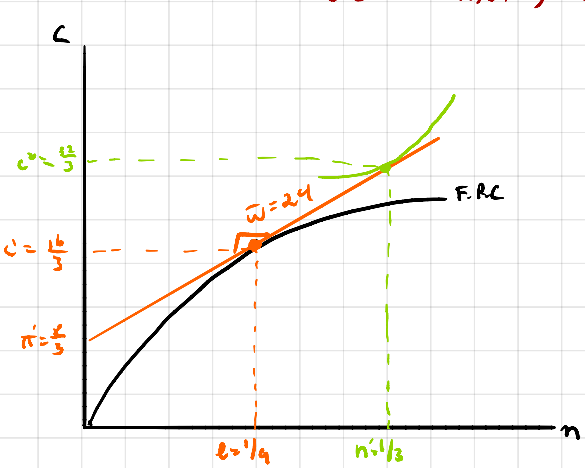
$\Rightarrow \pi' = 16\ell^{1/2} - 24\ell$

$[\ell]: \; 8\ell^{-1/2} - 24 = 0 \Rightarrow \ell^{-1/2} = 3 \Rightarrow \frac{1}{\ell^{1/2}} = 3 \Rightarrow \frac{1}{\ell} = 9 \Rightarrow \ell' = \frac{1}{9}$

$\Rightarrow y' = 16(\ell')^{1/2} = 16\left(\frac{1}{9}\right)^{1/2} = 16\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{16}{3} = 5.3$

$\Rightarrow \pi' = \alpha y' = \frac{1}{2}\left(\frac{16}{3}\right) = \frac{8}{3} = 2.6$

e) Grafica similar a nuestro H (n,c), calcular n y c




$n^* = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\pi(\bar{w})}{\bar{w}} = \frac{1}{5/2} - \frac{3/2}{5/2}\frac{8/3}{24}$

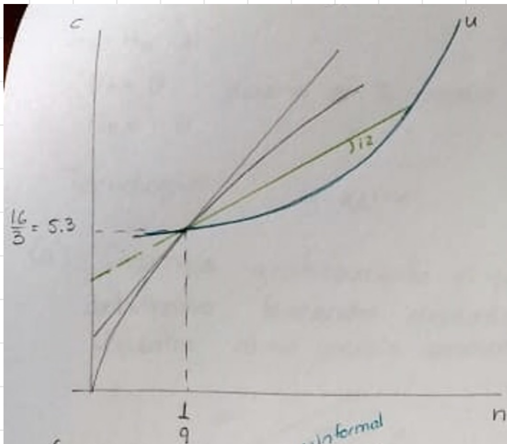
$= \frac{2}{5} - \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{1}{9}\right) = \frac{2}{5} - \frac{1}{15}$

$= \frac{6-1}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} = .33$

$c^* = 24\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{8}{3} = 8 + \frac{8}{3} = \frac{24+8}{3} = \frac{32}{3}$

F) $\ell = n + m$ (datos inciso d): $w^* =$

¿$m^*$, $C^{l*}$?

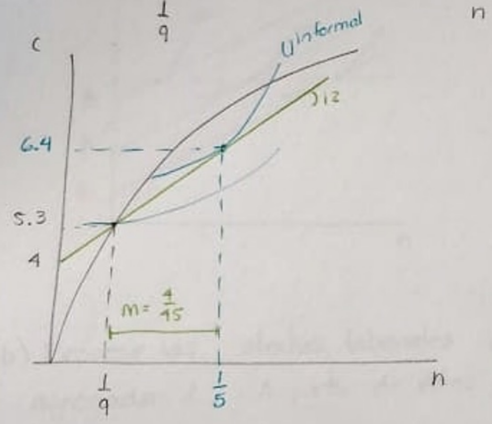



$$TMS\left(n=\tfrac{1}{9},\ c=\tfrac{16}{3}\right) = \frac{\gamma c}{1-n} = \frac{\frac{3}{2}\left(\frac{16}{3}\right)}{\frac{8}{9}} = 9$$

$TMS < 12$

pendiente curva de indiferencia — pendiente restricción informal

∴ sí va a querer trabajar en mercado informal.




ordenado al origen informal:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 12 \qquad \frac{\frac{16}{3} - y_1}{\frac{1}{9} - 0} = 12$$

$$\frac{16}{3} - y_1 = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{16}{3} - \frac{4}{3} = \boxed{y_1 = 4}$$

∴ ecuación restricción informal

$$c = 4 + 12\ell$$

tangencia

$$\frac{\gamma c}{h} = 12$$

$$\frac{c}{h} = \frac{2}{3}(12) = 8$$

$$c = 8h$$

$$c = 8(1-\ell)$$

$$c = 8 - 8\ell)$$

juntando con restricción

$$8 - 8m = 4 + 12m$$

$$4 = 20m$$

$\boxed{\ell = \frac{1}{5}}$ trabajo total

trabajo informal:

$$\ell = n + m$$

$$m = \frac{1}{5} - \frac{1}{9} =$$

$$m = \frac{9-5}{45} = \frac{4}{45}$$

$$\boxed{m = \frac{4}{45}}$$

$$c = 4 + \frac{12}{5} = \frac{20+12}{5} = \frac{32}{5} = 6.4$$

$$\boxed{c = 6.4}$$

11. $I = 2$ $\quad i \in A, B$

$$u_A(h,c) = (1+\gamma)h + \ln c$$
$$u_B(h,c) = \gamma \ln h + \ln c$$

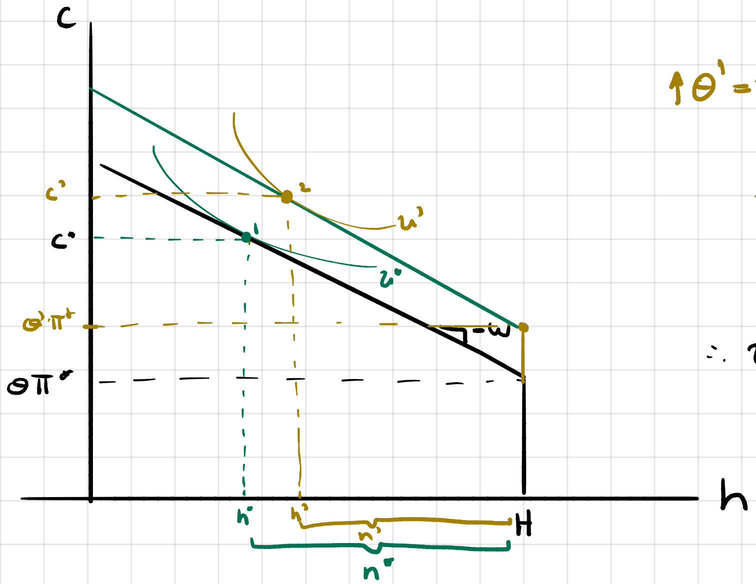
$$H_A + H_B = H$$

$$\theta_A = \theta$$
$$\theta_B = 1-\theta$$

$$J = 1$$

$$y = A\ell^{1-\alpha}$$

(a) Describa gráficamente el problema del consumidor A para un salario $w$, trazando curvas de indiferencia. ¿Δ punto óptimo al ↑θ?




$\uparrow \theta' \Rightarrow \uparrow c$

$$\frac{\gamma \uparrow c}{H - n^? \Rightarrow n\downarrow} = \overset{cte}{w}$$

$\therefore u' > u^{*}$

b) ¿ $L^*$ ?

A: $\max\limits_{n,c} \; (1+\gamma)(H-n_A) + \ln c_A \quad$ s.a. $\{ c_A = w n_A + \theta\pi$

$[n]: \quad (1+\gamma) = w\lambda$

$[c]: \quad \dfrac{1}{c_A} = \lambda$

$\Big\rangle \quad c_A(1+\gamma) = w$

$[\lambda]: \quad c_A = w n_A + \theta\pi$

$$w = (1+\gamma) w n_A + (1+\gamma)\theta\pi$$
$$(1+\gamma) w n_A = w - (1+\gamma)\theta\pi$$
$$n_A = \frac{1}{1+\gamma} - \theta \frac{\pi}{w}$$

B: $\max_{n_B c_B} \gamma \ln(H-n_B) + \ln(c_B)$ s.a. $\{ c_B = w n_B + (1-\theta)\Pi$

$$\Rightarrow n_B(w) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}(1-\theta)\frac{\Pi}{w}$$

Cobb-Douglas $\Rightarrow \frac{\Pi}{w} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\ell$

$$\Rightarrow \ell_A = \frac{1}{1+\gamma} - \theta\frac{\alpha}{1-\alpha}\ell_A \qquad \Rightarrow \ell_B = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}(1-\theta)\frac{\alpha}{1-\alpha}\ell_B$$

$\ell_A\left[1+\frac{\theta\alpha}{1-\alpha}\right] = \frac{1}{1+\gamma}$

$\ell_A\left[\frac{1-\alpha+\theta\alpha}{1-\alpha}\right] = \frac{1}{1+\gamma}$

$\ell_A\left[\frac{1-\alpha(1-\theta)}{1-\alpha}\right] = \frac{1}{1+\gamma}$

$\ell_A = \frac{1-\alpha}{(1+\gamma)[1-\alpha(1-\theta)]} \downarrow$

$$L^* = \ell_A + \ell_B = \frac{1+H}{1+\gamma} - \frac{\alpha}{1-\alpha}L^*\left[\theta + (1-\theta)\frac{\gamma}{1+\gamma}\right]$$

$$L^*\left[1+\frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\theta+(1-\theta)\frac{\gamma}{1+\gamma}\right)\right] = \frac{1+H}{1+\gamma}$$

$$L^*\left[1+\frac{\theta\alpha}{1-\alpha}+\frac{(1-\theta)\alpha\gamma}{(1-\alpha)(1+\gamma)}\right] = \frac{1+H}{1+\gamma}$$

$$L^*\left[\frac{(1-\alpha)(1+\gamma)+\theta\alpha(1+\gamma)+(1-\theta)\alpha\gamma}{(1-\alpha)\cancel{(1+\gamma)}}\right] = \frac{1+H}{\cancel{1+\gamma}}$$

$$L^*\left[1+\gamma-\alpha-\cancel{\alpha\gamma}+\theta\alpha+\cancel{\theta\alpha\gamma}+\cancel{\alpha\gamma}-\theta\cancel{\alpha\gamma}\right] = 1+H$$

$$L^*[1+\gamma-\alpha+\theta\alpha] = (1+H)(1-\alpha)$$

$$L^*[1+\gamma-\alpha(1-\theta)] = (1+H)(1-\alpha)$$

$$L^* = \frac{(1+H)(1-\alpha)}{1-\alpha(1-\theta)+\gamma} \quad //$$

$\ell_B\left[1+(1-\theta)\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{\gamma}{1+\gamma}\right] = \frac{H}{1+\gamma}$

$\ell_B\left[\frac{(1-\alpha)(1+\gamma)+\alpha\gamma-\theta\alpha\gamma}{(1-\alpha)\cancel{(1+\gamma)}}\right] = \frac{H}{\cancel{1+\gamma}}$

$\ell_B[1+\gamma-\alpha-\cancel{\gamma\alpha}+\cancel{\alpha\gamma}-\theta\alpha\gamma] = H(1-\alpha)$

$\ell_B[1+\gamma-\alpha-\theta\alpha\gamma] = H(1-\alpha)$

$\ell_B = \frac{H(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha-\theta\alpha\gamma\downarrow} \uparrow$

c) Si $\uparrow\theta \Rightarrow$ ¿$L^*, Y^*, w^*$? ¿Relación $\Delta L^*$ con ingreso no laboral de c/individuo?

$$\uparrow\theta \Rightarrow \downarrow L^* = \frac{(1+H)(1-\alpha)}{(1-\alpha(1-\theta)\downarrow+\gamma)\uparrow} \Rightarrow \uparrow w = (1-\alpha)A\left(\frac{1}{L^*}\right)\uparrow \Rightarrow \downarrow Y \Rightarrow \downarrow\Pi = \alpha Y\downarrow$$

$\Rightarrow$ Ingreso no laboral de individuos: $\begin{cases} I_A: \uparrow\theta\ \Pi\downarrow \Rightarrow \text{queda ambiguo} \\ I_B: (1-\theta)\Pi\downarrow \Rightarrow INL^2\downarrow \end{cases}$

d) (basándonos en c)) Si $\uparrow\theta \Rightarrow$ ¿$c_A, c_B$?

$$\frac{\uparrow c_A}{H-\ell_A\downarrow} = w\uparrow \qquad \frac{c_B^{?}}{H-\ell_B\uparrow} = w\uparrow \qquad \Rightarrow \text{Usando CV: } \downarrow Y = \uparrow c_A + c_B$$

$\therefore c_B\downarrow$

$c_A^{?} = w\uparrow n_A\uparrow + \uparrow\theta\Pi\downarrow \qquad c_B^{?} = \uparrow w n_B\uparrow + (1-\theta)\Pi\downarrow$

$\therefore c_A\uparrow$ y $c_B\downarrow$ más que proporcional $\Rightarrow C\downarrow$

e) · Si $\theta\uparrow$, ¿$l_A$, $l_B$?

$$l_A = \frac{1-\alpha}{(1+r)[1-\alpha\underbrace{(1-\theta)}_{\downarrow}]^{\uparrow}}\downarrow$$

$$l_B = \frac{H(1-\alpha)}{(1+r-\alpha-\theta\alpha r)\downarrow}\uparrow$$

$$\Rightarrow \quad \downarrow L = \downarrow l_A + l_B \uparrow$$

$\therefore$ $l_B\uparrow$ y $l_A\downarrow$ más que proporcional

12. $J=1 \Rightarrow y = A\ell^{1-\alpha}$ , $0<\alpha<1$

$I>1 \Rightarrow u(z_i, c_i) = \gamma \ln z_i + \ln c_i$

ocio = robots =

$$z_i = B(h_i + k_i)^{1-\rho} \quad , \quad 0<\rho<1$$

sust. perfectos

$h_i, k_i \Rightarrow$ NO comprar ni vender $\therefore$ variables exógenas

$\theta_i$ , $H = h_i + n_i$ , $n_i^* > 0$

a) Problema de max de $i$, ¿ $n_i(w)$?

$$\max_{n_i, c_i} \gamma \ln(B) + (1-\rho)\gamma \ln(H - n_i + k_i) + \ln(c_i) \qquad \text{s.a. } \{ c_i = wn_i + \theta_i \pi$$

$[n_i]$: $\frac{(1-\rho)\gamma}{H-n_i+k_i} = w\lambda$

$[c_i]$: $\frac{1}{c_i} = \lambda$

$$\frac{(1-\rho)\gamma c_i}{H-n_i+k_i} = w$$

$[\lambda]$: $c_i = wn_i + \theta_i\pi$

$\hookrightarrow w[H-n_i+k_i] = (1-\rho)\gamma wn_i + (1-\rho)\gamma\theta_i\pi$

$w[H + k_i - n_i(1+(1-\rho)\gamma)] = (1-\rho)\gamma\theta_i\pi$

$-n_i(1+(1-\rho)\gamma) = -H - k_i + (1-\rho)\gamma\theta_i\frac{\pi}{w}$

$$\Rightarrow n_i(w) = \frac{H+k_i}{1+(1-\rho)\gamma} - \frac{(1-\rho)\gamma}{1+(1-\rho)\gamma}\theta_i\frac{\pi}{w}$$

b) ¿ $L^*$ ? Interprete: relación de $k_i$ con $L^*$

$= \text{cobb Douglass} \Rightarrow \frac{\alpha}{1-\alpha}L^*$

$$L^* = \sum_{i=1}^{I} n_i = \frac{IH + \sum_{i=1}^{I} k_i}{1+(1-\rho)\gamma} - \frac{(1-\rho)\gamma}{1+(1-\rho)\gamma}\frac{\pi}{w} = \frac{IH + \sum_{i=1}^{I} k_i}{1+(1-\rho)\gamma} - \frac{(1-\rho)\gamma}{1+(1-\rho)\gamma}\frac{\alpha}{1-\alpha}L^*$$

$$\Rightarrow L^*\left[1 + \frac{(1-\rho)\gamma}{1+(1-\rho)\gamma}\frac{\alpha}{1-\alpha}\right] = \frac{IH + \sum_{i=1}^{I} k_i}{1+(1-\rho)\gamma}$$

$$L^*\left[\frac{(1+(1-\rho)\gamma)(1-\alpha) + (1-\rho)\gamma\alpha}{\cancel{(1+(1-\rho)\gamma)}(1-\alpha)}\right] = \frac{IH + \sum_{i=1}^{I} k_i}{\cancel{1+(1-\rho)\gamma}}$$

$$L^*[1-\alpha+(1-\rho)\gamma) - \cancel{(1-\rho)\gamma\alpha} + \cancel{(1-\rho)\gamma\alpha}] = (IH + \sum_{i=1}^{I} k_i)(1-\alpha)$$

$$L^* = \frac{(IH + \sum_{i=1}^{I} k_i)(1-\alpha)}{1-\alpha+(1-\rho)\gamma}$$

$\Rightarrow$ si $\uparrow k_i \Rightarrow \uparrow L$, lo que significa que si aumentan número de robots, éstos podrían ponerse a trabajar en adición al individuo en lugar del ocio (h)

Individuos: $\left\langle \begin{array}{l} \text{Ricos } i\in\{1,\dots\dots R\} \\ \text{Pobres } i\in\{R+1,\dots\dots I\} \end{array} \right.$ ∴ hay $R$ ricos, $I-R$ pobres

$\theta_r = \frac{1}{R}$, $k_i^r = k$

$\theta_p = 0$, $k_i^p = 0$

c) ¿ $c_i^p$, $z_i^p$ para pobre ? ¿ $\Delta c_i^p$, $z_i^p$ si $k\uparrow$ ?

$$n_R = \frac{H+K}{1+\gamma(1-\rho)} - \frac{\gamma(1-\rho)}{1+\gamma(1-\rho)}\frac{1}{R}\frac{\pi}{w} \quad ; \quad n_p = \frac{H}{1+\gamma(1-\rho)}$$

$$l_R = \sum_{i=1}^{R} n_i = \frac{R(H+K)}{1+\gamma(1-\rho)} - \frac{\gamma(1-\rho)}{1+\gamma(1-\rho)}\frac{\alpha}{1-\alpha} l^*$$

$$l_p = \sum_{i=R+1}^{I} n_i = \frac{PH}{1+\gamma(1-\rho)} = \frac{(I-R)H}{1+\gamma(1-\rho)}$$

$$\Rightarrow l^* = l_R + l_p = \frac{IH+RK}{1+\gamma(1-\rho)} - \frac{\gamma(1-\rho)}{1+\gamma(1-\rho)}\frac{\alpha}{1-\alpha} l^*$$

$$\Rightarrow l^* = \frac{(IH+RK)(1-\alpha)}{1-\alpha+(1-\rho)\gamma}$$

$$\therefore c_p^* = \overset{\text{PMg } l^*}{w}\, n_p = (1-\alpha) A\, l^{-\alpha} n_p = (1-\alpha) A\left[\frac{(IH+RK)(1-\alpha)}{1-\alpha+(1-\rho)\gamma}\right]^{-\alpha}\left[\frac{H}{1+\gamma(1-\rho)}\right]$$

$$z_p^* = B(H-n_p)^{1-\rho} = B\left[H - \frac{H}{1+\gamma(1-\rho)}\right]^{1-\rho} = B\left[\frac{H+H\gamma(1-\rho)-H}{1+\gamma(1-\rho)}\right]^{1-\rho} = B\left[\frac{H\gamma(1-\rho)}{1+\gamma(1-\rho)}\right]$$

Suponga: gob expropia robots a ricos y los reparte en partes iguales a pobres (ricos siguen siendo dueños de (E))

d) ¿ $\Delta U^p$ ?

$$n_R' = \frac{H}{1+\gamma(1-\rho)} - \frac{\gamma(1-\rho)}{1+\gamma(1-\rho)}\frac{1}{R}\frac{\pi}{w} \quad ; \quad n_p' = \frac{H+k}{1+\gamma(1-\rho)}$$

$$l_R = \sum_{i=1}^{R} n_i' = \frac{RH}{1+\gamma(1-\rho)} - \frac{\gamma(1-\rho)}{1+\gamma(1-\rho)}\frac{\alpha}{1-\alpha} l^*$$

$$l_p = \sum_{i=R+1}^{I} n_i' = \frac{(I-R)(H+K)}{1+\gamma(1-\rho)} = \frac{IH+IK-RH-RK}{1+\gamma(1-\rho)}$$

$$l^* = l_R + l_p = \frac{IH+K(I-R)}{1+\gamma(1-\rho)} - \frac{\gamma(1-\rho)}{1+\gamma(1-\rho)}\frac{\alpha}{1-\alpha} l^*$$

$$\Rightarrow l^* = \frac{(IH+(I-R)K)(1-\alpha)}{1-\alpha+(1-\rho)\gamma}$$

* Duda $\begin{cases} \text{si } R > P \Rightarrow \downarrow \ell \Rightarrow \uparrow w \text{ y } \uparrow n_p \Rightarrow \uparrow c_p \text{ y } ?\, z_p \\ \text{si } R = P \Rightarrow \bar{\ell} \Rightarrow \bar{w} \text{ y } \uparrow n_p \Rightarrow \uparrow c_p \text{ y } ?\, z_p \\ \text{si } R < P \Rightarrow \uparrow \ell \Rightarrow \downarrow w \text{ y } \uparrow n_p \Rightarrow ?\, c_p \text{ y } ?\, z_p \end{cases}$

$\therefore$ depende de dónde esté, variará la utilidad

$\therefore$ depende si aumentó más $n_p$ ó $z_p$

13. $I = 1 \Rightarrow u(h, c) = \gamma \ln h + \ln c$

$J = 2 \qquad j \in \{D, E\}$

$y_j = A_j \, l^{1-\alpha}$

$A_D = A$

$A_E = \lambda A \quad , \quad \lambda > 0$

$\theta_D = 1$

$\theta_E = 0$ (extranjera)

a) ¿$L^*$? Si $\uparrow \lambda$, ¿$\Delta L^*$?

$$\Rightarrow \max_{n, c} \; \gamma \ln(H - n) + \ln(c) \quad \text{s.a} \; \{ c = wn + \pi_D$$

$$[n]: \quad \frac{\gamma}{H-n} = w\lambda$$

$$[c]: \quad \frac{1}{c} = \lambda$$

$$\Rightarrow \frac{\gamma c}{H-n} = w$$

$$[\mu]: \quad c = wn + \pi_D$$

$$\hookrightarrow w(H-n) = \gamma w n + \gamma \pi_D$$

$$w[H - n(1+\gamma)] = \gamma \pi_D$$

$$n(w) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{\pi_D}{w}$$

$$\Rightarrow n(w) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{\alpha}{1-\alpha} l_D$$

D: $\max_{l} \; A l^{1-\alpha} - wl$

$w = (1-\alpha) A l^{-\alpha} \left(\frac{l}{l}\right)$

$w = (1-\alpha) \frac{y}{l}$

$\pi$: $y - (1-\alpha) y = \alpha y$

$\frac{\pi}{w} = \frac{\alpha y}{(1-\alpha)\frac{y}{l}} = \frac{\alpha}{1-\alpha} l_D$

$$\Rightarrow \max_{\{l_E\}} \; \lambda A l_E^{1-\alpha} - w l_E$$

$$[l_E]: \quad (1-\alpha) \lambda A l_E^{-\alpha} = w$$

$$\Rightarrow (1-\alpha) \lambda A l_E^{-\alpha} = (1-\alpha) A l_D^{-\alpha}$$

$$\lambda l_E^{-\alpha} = l_D^{-\alpha}$$

$$\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} l_E = l_D \quad \Rightarrow l_E^* = \lambda^{\frac{1}{\alpha}} l_0$$

$$\text{Sea } n(w) = l_D + l_E = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{\alpha}{1-\alpha} l_D$$

$$\Rightarrow l_D + \lambda^{\frac{1}{\alpha}} l_D = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{\alpha}{1-\alpha} l_D$$

$$l_D (1 + \lambda^{\frac{1}{\alpha}}) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{\alpha}{1-\alpha} l_D$$

$$l_D \left[ 1 + \lambda^{\frac{1}{\alpha}} + \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{\alpha}{1-\alpha} \right] = \frac{H}{1+\gamma}$$

$$l_0 \left[ \frac{1 - \alpha + \gamma - \cancel{\alpha\gamma} + \lambda^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma)(1-\alpha) + \cancel{\gamma\alpha}}{\cancel{(1+\gamma)}(1-\alpha)} \right] = \frac{H}{\cancel{1+\gamma}}$$

$$\Rightarrow l_0^* = \frac{H(1-\alpha)}{1 - \alpha + \gamma + \lambda^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma)(1-\alpha)}$$

$$\Rightarrow l_E^* = \lambda^{\frac{1}{\alpha}} l_D$$

$$\Rightarrow l_E^* = \frac{\lambda^{\frac{1}{\alpha}} H (1-\alpha)}{1 - \alpha + \gamma + \lambda^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma)(1-\alpha)}$$

$$\Rightarrow L^* = l_E^* + l_D^* = \frac{H(1-\alpha)(1+\lambda^{\frac{1}{\alpha}})}{1-\alpha+\gamma+\lambda^{\frac{1}{\alpha}}(1+\gamma)(1-\alpha)}$$

Recordar: si $\lambda\uparrow \Rightarrow l_D\downarrow$

#DUDA $\uparrow L^* = n(w) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\alpha}{1-\alpha} l_D\downarrow = l_D\downarrow + l_E\uparrow$

∴ si $\lambda\uparrow \Rightarrow \uparrow L^*$, es decir, si aumenta la productividad extranjera se requerirán más trabajadores (la Ⓔ extranjera contratará más trabajadores, incluyendo algunos que migraron de la Ⓔ doméstica) para max. beneficios

b) ¿$w^*$, $l_D^*$?

Por inciso a) tenemos:

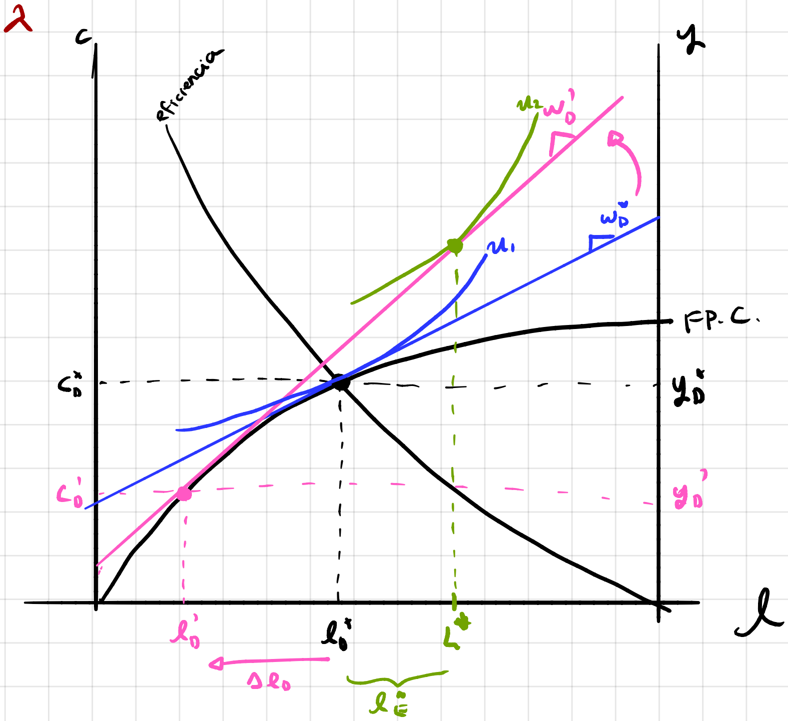
$$\Rightarrow \downarrow l_D^* = \frac{H(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma+\uparrow\lambda^{\frac{1}{\alpha}}(1+\gamma)(1-\alpha)}$$

∴ si aumenta la productividad de la Ⓔ extranjera, los trabajadores van a migrar de la Ⓔ doméstica a la Ⓔ extranjera

$$w = PMg\, l_D = PMg\, l_E = (1-\alpha)A\, l_D^{-\alpha} = (1-\alpha)A\left[\frac{H(1-\alpha)}{1-\alpha+\gamma+\uparrow\lambda^{\frac{1}{\alpha}}(1+\gamma)(1-\alpha)}\right]^{-\alpha}\uparrow$$

∴ el incremento en la productividad también resultará en un incremento en el pago a los factores de producción (salario), lo que a su vez atraerá a más trabajadores en la economía ($\uparrow L^*$)

c) Gráfica: Indique si bienestar del consumidor aumenta, disminuye o permanece igual al $\uparrow\lambda$




$\uparrow\lambda \begin{cases} \uparrow w_D^* = w_D' \\ \downarrow l_D^* = l_D' \\ \downarrow c_D^* = c' \end{cases}$

∴ El bienestar del individuo es mejor mientras más aumente la productividad de las Ⓔ extranjeras